Q.B. Sl. No. 6003397

टैलेंट सर्च टेस्ट इन मैथमेटिकल साईंसेज, 2023

Talent Search Test in Mathematical Sciences, 2023

कक्षा – XI के लिए (For Class – XI)

प्रश्न पुस्तिका सेट कोड Question Booklet Set Code
A

विषय : गणित

Subject : MATHEMATICS

समय: 01:00 घंटा Time : 01:00 Hour	पूर्णांक : 100 Full Marks : 100

परीक्षार्थियों के लिए महत्वपूर्ण सूचनाएँ / *Important Instructions for the Candidates*

1. यह प्रश्न पुस्तिका **चार** सेटों - **A, B, C** तथा **D** में है।
   This Question Booklet is of *four* Sets – **A, B, C** and **D**.
2. इस प्रश्न पुस्तिका में वस्तुनिष्ठ प्रकार के **25** प्रश्न हैं।
   This Question Booklet consists of objective type of **25** questions.
3. **सभी** प्रश्न अनिवार्य हैं।
   All questions are compulsory.
4. प्रत्येक प्रश्न का मान बराबर है।
   Each question carries equal marks.
5. इसमें कोई ऋणात्मक अंक नहीं है।
   There is no negative marking.
6. रफ कार्य प्रश्न पुस्तिका के अंत में प्रदत्त स्थान पर ही करें।
   Rough work must be done in the space provided at the end of the Question Booklet only.
7. OMR उत्तर पत्रक पर दिये गये निर्देशों को ध्यानपूर्वक पढ़ें तथा उस पर प्रबंधित स्थान पर अपने विवरणों की पूर्ति करें।
   Read the instructions given on the OMR Answer Sheet very carefully and fill your particulars in the specified space on the OMR Answer Sheet.
8. OMR उत्तर पत्रक पर कहीं भी कोई निशान न लगायें। OMR उत्तर पत्रक को न मोड़ें और न ही कोई क्षति पहुँचायें।
   Do not put any stray mark anywhere on the OMR Answer Sheet. Do not fold or mutilate your OMR Answer Sheet.
9. परीक्षा कक्ष छोड़ने से पूर्व अपना OMR उत्तर पत्रक वीक्षक को अवश्य सौंप दें। आप अपनी प्रश्न पुस्तिका अपने साथ ले जा सकते हैं।
   Before leaving the examination hall submit your OMR Answer Sheet to the Invigilator compulsorily and you are allowed to take away your Question Booklet.

प्रश्न पुस्तिका को खोलने के लिए यहाँ फाड़ें

1. एक वास्तविक मान वाले फलन $f(x)$ का विवेचन करें :

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{यदि } x = 0 \text{ या } x \text{ अपरिमेय है} \\ \frac{1}{n}, & \text{यदि } x = \frac{m}{n} \text{ जहाँ } m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N} \text{ और } \gcd(m, n) = 1 \end{cases}$$

तब फलन $f(x)$ है

(A) 0 पर अवकलनीय है

(B) 0 पर अवकलनीय नहीं है

(C) केवल अपरिमेय बिन्दुओं पर अवकलनीय है

(D) सभी परिमेय बिन्दुओं पर अवकलनीय है

Consider a real valued function $f(x)$ as

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{if } x = 0 \text{ or } x \text{ is irrational} \\ \frac{1}{n}, & \text{if } x = \frac{m}{n} \text{ where } m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N} \text{ and } \gcd(m, n) = 1 \end{cases}$$

Then, the function $f(x)$ is

(A) Differentiable at 0

(B) Not differentiable at 0

(C) Differentiable at irrational points only

(D) Differentiable at all rational points

2. मान लीजिए कि एक फलन $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ सभी $x, y, \in \mathbb{R}$ के लिए $f(x+y)=f(x)\,f(y)$ को संतुष्ट करता है। यदि फलन f, 0 पर अवकलनीय है तो

(A) f प्रत्येक $c \in \mathbb{R}$ पर अवकलनीय है और $f'(c)=f'(0)f(c)$

(B) f प्रत्येक $c \in \mathbb{R}$ पर अवकलनीय है और $f'(c)=f'(0)f'(c)$

(C) f केवल $c \in \mathbb{Z}$ पर अवकलनीय है और $f'(c)=f'(0)f(c)$

(D) f केवल $c \in \mathbb{Z}$ पर अवकलनीय है और $f'(c)=f'(0)f'(c)$

Let a function $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ satisfies $f(x+y)=f(x)\,f(y)$ for all $x, y \in \mathbb{R}$. If f is differentiable at 0, then

(A) f is differentiable at every $c \in \mathbb{R}$ and $f'(c)=f'(0)f(c)$

(B) f is differentiable at every $c \in \mathbb{R}$ and $f'(c)=f'(0)f'(c)$

(C) f is differentiable at only $c \in \mathbb{Z}$ and $f'(c)=f'(0)f(c)$

(D) f is differentiable at only $c \in \mathbb{Z}$ and $f'(c)=f'(0)f'(c)$

3. यदि $A=\left\{\frac{n+(-1)^n}{n};\ n \in \mathbb{N}\right\}$ तब Sup A और Inf A बराबर होती हैं

(A) 1, 1 के

(B) 1, 0 के

(C) $\frac{3}{2}$, 0 के

(D) $\frac{3}{2}$, − 1 के

If $A = \left\{ \frac{n+(-1)^n}{n};\ n \in \mathbb{N} \right\}$ then Sup A and Inf A are equal to

(A) 1, 1 (B) 1, 0

(C) $\frac{3}{2}$, 0 (D) $\frac{3}{2}$, – 1

4. जब 3^{51} को 7 से विभाजित किया जाता है तो अंतिम अऋणात्मक शेषफल होता है

(A) 2 (B) 3

(C) 6 (D) 5

The last non-negative remainder when 3^{51} is divided by 7 is

(A) 2 (B) 3

(C) 6 (D) 5

5. एक सिक्के को k बार उछाला जाता है। यदि 3 चित आने की प्रायिकता 7 चित आने की प्रायिकता के बराबर है, तो 8 पट आने की प्रायिकता है

(A) $\frac{5}{512}$ (B) $\frac{45}{22^{21}}$

(C) $\frac{45}{1024}$ (D) $\frac{210}{2^{21}}$

A coin is tossed k times. If the probability of getting 3 heads is equal to the probability of getting 7 heads, then the probability of getting 8 tails is

(A) $\frac{5}{512}$ (B) $\frac{45}{22^{21}}$

(C) $\frac{45}{1024}$ (D) $\frac{210}{2^{21}}$

6. असमिका $|3x| > |6-3x|$ का हल है

(A) $]-\infty, 1]$ (B) $[1, \infty[$

(C) $]-\infty, -1[\cup]1, \infty[$ (D) $]-\infty, -1[\cup]-1, \infty[$

The solution of the inequality $|3x| > |6-3x|$ is

(A) $]-\infty, 1]$ (B) $[1, \infty[$

(C) $]-\infty, -1[\cup]1, \infty[$ (D) $]-\infty, -1[\cup]-1, \infty[$

7. फलन $\sqrt{\log(x^2-6x+6)}$ का प्रान्त है

(A) $]-\infty, \infty[$

(B) $[0, \infty[$

(C) $]-\infty, 3-\sqrt{3}[\cup]3+\sqrt{3}, \infty[$

(D) $]-\infty, 1[\cup [5, \infty[$

The domain of the function $\sqrt{\log(x^2-6x+6)}$ is

(A) $]-\infty, \infty[$

(B) $[0, \infty[$

(C) $]-\infty, 3-\sqrt{3}[\cup]3+\sqrt{3}, \infty[$

(D) $]-\infty, 1[\cup [5, \infty[$

8. मान लीजिए कि वास्तविक संख्या का अनुक्रम $\langle a_n \rangle$ इस प्रकार है कि $n \geq 1$ के लिए

$a_1 = 2, a_{n+1} = \dfrac{a_n^2 + 1}{2}$ है। तब $\sum_{j=0}^{N} \dfrac{1}{a_j + 1}$ कम है

(A) 1 से (B) 2 से

(C) 3 से (D) इनमें से कोई नहीं

Let $\langle a_n \rangle$ be the sequence of real number such that

$a_1 = 2, a_{n+1} = \dfrac{a_n^2 + 1}{2}$ for $n \geq 1$. Then $\sum_{j=0}^{N} \dfrac{1}{a_j + 1}$ is less than

(A) 1 (B) 2

(C) 3 (D) none of these

9. यदि किसी त्रिभुज की भुजाओं क़ी लंबाई 3, 5, 7 हैं, तो त्रिभुज का सबसे बड़ा कोण है

(A) $\frac{\pi}{2}$ (B) $\frac{5\pi}{6}$

(C) $\frac{2\pi}{3}$ (D) $\frac{3\pi}{4}$

If the lengths of the sides of a triangle are 3, 5, 7, then the largest angle of the triangle is

(A) $\frac{\pi}{2}$ (B) $\frac{5\pi}{6}$

(C) $\frac{2\pi}{3}$ (D) $\frac{3\pi}{4}$

10. समीकरण $x^4 - x^3 - 2x^2 + 3x - 1 = 0$ के धनात्मक मूलों की अधिकतम संख्या है

(A) 2 (B) 1

(C) 3 (D) 4

The maximum number of positive roots of the equation $x^4 - x^3 - 2x^2 + 3x - 1 = 0$ is

(A) 2 (B) 1

(C) 3 (D) 4

11. यदि α, β, γ समीकरण $x^3 + qx + r = 0$ के मूल हैं, तो $\sum \frac{\alpha^2 + \beta\gamma}{\beta + \gamma}$ है

(A) $\frac{q^2}{r}$ (B) $\frac{r^2}{q}$

(C) $\frac{q}{r}$ (D) $\frac{r}{q^2}$

If α, β, γ are the roots of the equation $x^3 + qx + r = 0$, then $\sum \frac{\alpha^2 + \beta\gamma}{\beta + \gamma}$ is

(A) $\frac{q^2}{r}$ (B) $\frac{r^2}{q}$

(C) $\frac{q}{r}$ (D) $\frac{r}{q^2}$

12. 7 भुजाओं वाले बहुभुज को त्रिभुजाकार बनाया जा सकता है

(A) 10 में (B) 5 में

(C) 14 में (D) 7 में

A polygon with 7 sides can be triangulated into

(A) 10 (B) 5

(C) 14 (D) 7

13. जब $2^{20}+3^{30}+4^{40}+5^{50}+11^{7}$ को 7 से विभाजित किया जाता है तो शेषफल क्या होता है ?

(A) 3 (B) 0

(C) 36 (D) 2450

What is the remainder when $2^{20}+3^{30}+4^{40}+5^{50}+11^{7}$ is divided by 7 ?

(A) 3 (B) 0

(C) 36 (D) 2450

14. शृंखला $1+\cos\theta\cos\theta+\cos^{2}\theta\cos2\theta+\cos^{3}\theta\cos3\theta+\ldots$ का योग है

(A) 0 (B) 1

(C) 2 (D) इनमें से कोई नहीं

The sum of the series $1+\cos\theta\cos\theta+\cos^{2}\theta\cos2\theta+\cos^{3}\theta\cos3\theta+\ldots$ is

(A) 0 (B) 1

(C) 2 (D) none of these

15. यदि $x+\frac{1}{x}=2\cos\theta$ है तो $x^{12}+\frac{1}{x^{12}}$ का मान है

(A) $2^{5}\cos 12\theta$ (B) $2\cos 6\theta$

(C) $2^{5}\cos 6\theta$ (D) $2\cos 12\theta$

If $x+\frac{1}{x}=2\cos\theta$, then the value of $x^{12}+\frac{1}{x^{12}}$ is

(A) $2^5 \cos 12\theta$ (B) $2\cos 6\theta$

(C) $2^5 \cos 6\theta$ (D) $2\cos 12\theta$

16. माना $10B=\begin{bmatrix} 4 & 2 & 2 \\ -5 & 0 & \alpha \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}$ और $A=\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -3 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$। यदि B, आव्यूह A का व्युत्क्रम है, तो α है

(A) 2 (B) – 1

(C) 5 (D) – 2

Let $10B=\begin{bmatrix} 4 & 2 & 2 \\ -5 & 0 & \alpha \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}$ and $A=\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -3 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. If B is the inverse of matrix A, then α is

(A) 2 (B) – 1

(C) 5 (D) – 2

17. फलन $f(x)=[\sin x]$, $x \in \mathbb{R}$ में असंततता है

(A) केवल $n\pi$ पर, जहाँ n पूर्णांक है

(B) केवल $(4n+1)\frac{\pi}{2}$ पर, जहाँ n पूर्णांक है

(C) $n\pi$ और $(4n+1)\frac{\pi}{2}$ पर, जहाँ n पूर्णांक है

(D) $n\pi$ और $(2n+1)\frac{\pi}{2}$ पर, जहाँ n एक पूर्णांक है

The function $f(x)=[\sin x], x \in \mathbb{R}$ has discontinuity at

(A) $n\pi$ only, where n is integer

(B) $(4n+1)\frac{\pi}{2}$ only, where n is integer

(C) $n\pi$ and $(4n+1)\frac{\pi}{2}$, where n is integer

(D) $n\pi$ and $(2n+1)\frac{\pi}{2}$, where n is integer

18. मान लीजिए $\mathbb{R}$ में $a < b$ है और $f : [a, b] \to (a, b)$ सतत है, तो

(A) f एक-एक हो सकता है

(B) f आच्छादक हो सकता है

(C) f एक-एक से आच्छादक हो सकता है

(D) इनमें से कोई नहीं

Let $a < b$ in $\mathbb{R}$ and $f : [a, b] \to (a, b)$ is continuous then

(A) f may be one-one (B) f may be onto

(C) f may be one-one onto (D) none of these

19. $\int_0^\infty e^{-x^2}\,dx$ का मान है

(A) $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{\pi}}{4}$

(C) $\frac{\pi}{2}$ (D) $\frac{\pi}{4}$

The value of $\int_0^{\infty} e^{-x^2}\, dx$ is

(A) $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{\pi}}{4}$

(C) $\frac{\pi}{2}$ (D) $\frac{\pi}{4}$

20. $\int_0^{\pi} \log(1-2a\cos\theta+a^2)\cos n\theta\, d\theta, |a|<1$ का मान है

(A) $\frac{\pi a^n}{n}$ (B) $\frac{-\pi a^n}{n}$

(C) $\frac{-2\pi a^n}{n}$ (D) $\frac{2\pi a^n}{n}$

The value of $\int_0^{\pi} \log(1-2a\cos\theta+a^2)\cos n\theta\, d\theta, |a|<1$ is

(A) $\frac{\pi a^n}{n}$ (B) $\frac{-\pi a^n}{n}$

(C) $\frac{-2\pi a^n}{n}$ (D) $\frac{2\pi a^n}{n}$

21. एक घन के विकर्ण और एक किनारे के बीच का कोण है

(A) $\cos^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}}$ (B) $\frac{\pi}{4}$

(C) $\frac{\pi}{3}$ (D) $\sin^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}}$

The angle between the diagonal and an edge of a cube is

(A) $\cos^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}}$ (B) $\frac{\pi}{4}$

(C) $\frac{\pi}{3}$ (D) $\sin^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}}$

22. समीकरण $z^7-5z^3+12=0$ के मूलों की संख्या जो वृत्तों $|z| = 1$ और $|z| = 2$ के बीच स्थित हैं, है

(A) 3 (B) 4

(C) 7 (D) 0

The number of roots of the equation $z^7-5z^3+12=0$ lying between the circles $|z| = 1$ and $|z| = 2$ is

(A) 3 (B) 4

(C) 7 (D) 0

23. $f(x)-\int_0^1 (x+t)\, f(t)\, dt = \frac{3x}{2}-\frac{5}{6}$ का हल है

(A) $f(x) = x-1$ (B) $f(x) = x+1$

(C) $f(x) = x$ (D) $f(x) = -x+1$

The solution of $f(x)-\int_0^1 (x+t)\, f(t)\, dt = \frac{3x}{2}-\frac{5}{6}$ is

(A) $f(x) = x-1$ (B) $f(x) = x+1$

(C) $f(x) = x$ (D) $f(x) = -x+1$

24. $x^3 + px + qx + r = 0$ के मूल गुणोत्तर श्रेढ़ी में होना चाहिए, इसकी शर्त है

(A) $p^3 r = q^3$ (B) $p^3 q = r^3$

(C) $q^3 r = p^3$ (D) $q^3 p = r^3$

The condition that $x^3 + px + qx + r = 0$ should have its roots in G. P. is

(A) $p^3 r = q^3$ (B) $p^3 q = r^3$

(C) $q^3 r = p^3$ (D) $q^3 p = r^3$

25. $\frac{14}{r} = 3\cos\theta$ .... का प्रतिनिधित्व करता है ।

(A) वृत्त (B) परवलय

(C) दीर्घवृत्त (D) अतिपरवलय

$\frac{14}{r} = 3\cos\theta$ represents

(A) Circle (B) Parabola

(C) Ellipse (D) Hyperbola